

# VENTURA REYES PRÓSPER (1863-1922) Y LA INTRODUCCIÓN DE LA NUEVA LÓGICA EN ESPAÑA

**Luis Vega Reñón**

Dpto. de Lógica, Historia y Filosofía de la Ciencia  
UNED, Madrid

## RESUMEN

En atención al inadvertido artículo de Reyes Prósper (1891), «La lógica simbólica», examino la fallida introducción inicial de la lógica moderna en medios matemáticos, en España, a finales del s. XIX y principios del XX. La falta de recepción de este tipo suele atribuirse a circunstancias externas o genéricas, desde avatares personales hasta condicionamientos institucionales y culturales de nuestra España académica. Pero, en este caso, también merece atención el trabajo mismo de los llamados «sembradores», i.e. introductores. De paso, apunto algunas consecuencias para el estudio de los fenómenos de recepción.

PALABRAS CLAVE: Reyes Prósper, recepción de lógica moderna, s. XIX, España.

## SUMMARY

With a view to an unnoticed paper by Reyes Prósper (1891), «La lógica simbólica», I examine the first and unsuccessful introduction of modern logic in mathematical circles in Spain, in the end of the 19th century and beginnings of 20th. Such reception failures are usually attributed to external and/or general circumstances, ranging from personal vicissitudes to institutional and cultural conditions of Spanish learning. But here we should also pay attention at the very working of the so-called «sowers», i.e. introducing people. Some consequences concerning the study of reception are incidentally suggested.

KEY WORDS: Reyes Prósper, modern logic reception, 19<sup>th</sup> century, Spain.

Según es bien sabido, el desarrollo del conocimiento en el s. XIX trajo consigo profundas transformaciones en diversos campos filosóficos, científicos y matemáticos. Algunas fueron tan sustanciales que comportaron no sólo cambios de ideas, teorías o procedimientos, sino unas nuevas señas de identidad de la disciplina afectada. Así ocurrió al menos en lógica. Conforme mediaba y avanzaba el siglo, la lógica fue conociendo diversos programas y formas de análisis independientes de las tradiciones escolares del «Collegium logicum», imperantes en filosofía, y asociados a

ciertos desarrollos que tenían lugar en matemáticas («álgebras de la lógica» de Boole, Grassmann, Schröder o Peirce, «conceptografía» de Frege, «lógica matemática» de Peano, entre otras variedades hoy menos relevantes). Convengamos en darles una denominación común tan genérica como «lógica moderna» —según el uso anglosajón— o como «nueva lógica» —a tenor de un manifiesto retrospectivo de Carnap.

Hace ya varios años J.A. del Val, al editar «los escritos sobre lógica de D. Ventura Reyes y Prósper», planteó la cuestión de su introducción en España: «Este matemático español de fines del siglo XIX fue el primero, por lo que sabemos, que se ocupó sistemáticamente de la lógica en el sentido moderno» —decía<sup>1</sup>. Ahora me he encontrado con otro escrito, imprevisto al parecer, del propio Ventura Reyes sobre este asunto, que considero oportuno sacar a la luz por varios motivos. Se trata del artículo «La lógica simbólica», publicado por partes en *Naturaleza, Ciencia é Industria* («Revista general de Ciencias é Industrias», Madrid: Imp. Manuel Tello; continuación de *La Gaceta Industrial, La Ciencia Eléctrica y La Naturaleza* refundidas)<sup>2</sup>, vol. I (1891), 7, 187-188; 9, 254-256; 11, 319-321; la publicación se interrumpe a partir de este último número y de una vana promesa: «Continuará».

Algunos de los motivos para traer a colación este escrito y editarlo aquí como apéndice tienen que ver con la obra y la personalidad de D. Ventura. No se trata sólo de una adición al repertorio de sus «escritos lógicos» ya conocidos. Además, este artículo difiere de esos breves apuntes impresionistas, limitados a la divulgación de algún punto llamativo o de algunos nombres, por su mayor extensión y por su aire de presentación general de «la lógica simbólica» bajo una forma relativamente estandarizada. Así que, en su calidad de introducción, ayudará a disipar una sorpresa que el editor de «los escritos lógicos» de Reyes Prósper confesaba: «Lo que sorprende al leerlos es que están escritos de tal manera que suponen que el lector conoce el tema y simplemente le proporcionan una información complementaria. En ninguno de ellos hay una exposición introductoria y detallada que permita al lector prescindir de los textos a los que alude.» (DE VAL 1973, p. 325). Aunque claro está que el artículo, al fin, nos depara otra sorpresa: su inopinada interrupción, sin continuidad en los números posteriores de la revista —ni en el número siguiente y último del año 1891 (vol. I), ni en los de años sucesivos, 1892 (vols. II, III) y 1893 (vol. IV)—. Suspensión que tal vez nos haga pensar en el singular talante y en las varias empresas entrecortadas de D. Ventura, pero también en las vicisitudes por que han atravesado la introducción y la recepción de la nueva lógica en España<sup>3</sup>.

<sup>1</sup> DEL VAL, J.A. (1973), «Los escritos lógicos de Ventura Reyes y Prósper (1863-1922)», *Teorema*, III/2-3, 315-354; p. 315.

<sup>2</sup> Agradezco a Antonio Frías Delgado (Dpto. de Lógica, Universidad de Cádiz) el haberme puesto en la pista de esta publicación. Los 4 vols. de la revista pueden verse en la BN (Madrid), D/ 7169.

<sup>3</sup> Jesús Cobo ha procurado ilustrar el «factor psicológico» en COBO, J. (1991), *Ventura Reyes Prósper*, Badajoz, Dpto. de Publicaciones de la Diputación de Badajoz; y (1999), «Ventura Reyes Prósper».

Creo que éste último es un pretexto mayor para desempolvar el ignorado artículo de Reyes Prósper sobre la lógica simbólica. Tanto su conformación, como su suerte hacen de él un buen síntoma de la precaria y, a fin de cuentas, fallida introducción de la nueva lógica en los medios intelectuales y académicos españoles de finales del s. XIX y principios del s. XX. La ocasión también se prestaría, por cierto, para revisar algunos aspectos de su accidentada recepción en el curso del s. XX, como su fortuna en fases posteriores de reintroducción o su diferente acogida en medios matemáticos y filosóficos. Aquí me limitaré a considerar la presencia inicial de la nueva lógica en el periodo indicado y en medios matemáticos. Pero, dentro de dichos límites, esta consideración no dejará de tener consecuencias sobre las ideas que circulan en torno a los fenómenos de recepción: mostrará, en particular, que no toda introducción implica una recepción efectiva —como, por lo demás, la eventual presentación de un desconocido en la calle no implica su aceptación como nuevo miembro de la familia en casa.

1. «LA LÓGICA SIMBÓLICA» DE VENTURA REYES.

Empezaré situando este artículo en un esquema cronológico que incluya los escritos sobre lógica de D. Ventura —de los que tenemos constancia— y algunas otras circunstancias bio-bibliográficas concurrentes. Servirá de marco de referencia.

— 1888, agosto. Programa de oposiciones a cátedra de *Matemáticas* de Instituto en el que procura «introducir aquellas modificaciones que en el extranjero ... son ya vigentes.» Aparte de hacerse eco inicialmente de las «nuevas ideas sobre el objeto de las matemáticas», el programa dedica tres lecciones a la «Algoritmia de la Lógica según Boole, Robert Grassmann, Peirce y Schroeder».

— 1891, enero. Obtención de la cátedra de *Historia natural* del Instituto de Teruel.

\* Z. GARCÍA DE GALDEANO, «Ernst Schröder, *Vorlesungen über die Algebra der Logik*», *El Progreso Matemático*, I/7,8 (1891): 139-142, 194-203. Reseña del t. I (Leipzig, Teubner, 1890).

[1] «El raciocinio á máquina», firmado en Madrid, agosto; publicado en *El Progreso Matemático*, I/9 (1891 [20 de septiembre]): 217-220. En adelante reduciré el título de la revista a las siglas *EPM*.

[2] «La Lógica simbólica, I», *Naturaleza, Ciencia é Industria*, I/7 (1891, 10 de octubre): 187-188; «La Lógica ..., II», I/9 (1891 [10 de noviembre]): 254-256, I/11 (1891, 10 de diciembre): 319-321.

---

per», en AAVV, *Biografías y semblanzas de profesores. Instituto «El Greco» de Toledo (1845-1995)*, Toledo, I.E.S. «El Greco», pp. 213-219. DEL VAL (1973), por su parte, había cargado las frustraciones de D. Ventura en la cuenta del medio institucional y cultural de la España de su tiempo. Aquí trataré de mostrar otros aspectos de su labor introductoria menos externos o genéricos.

- [3] «Cristina Ladd-Franklin. Matemática americana y su influencia en la lógica simbólica», *EPM*, I/12 (1891 [diciembre]): 297-300.
- \* PEANO, «Principios de lógica matemática. Nota del Sr. G. Peano», *EPM*, II/13 (1892): 20-24.
- [4] «Ernesto Schroeder. Sus merecimientos ante la lógica, su propaganda lógico-matemática, sus obras», *EPM*, II/14 (1892 [febrero]): 33-36.
- [5] «Charles Santiago Peirce y Oscar Howard Mitchell», *EPM*, II/18 (1892): 170-173.
- 1892, junio. Nombramiento para la cátedra de *Matemáticas* del Instituto de Albacete; no llega a incorporarse por una reducción administrativa de plazas de *Matemáticas* (Real Decreto de 26 de julio de 1892; *Gaceta de Madrid*, 212 [30 de julio], p. 408)<sup>4</sup>, que lo declara excedente.
- [6] «Proyecto de clasificación de los escritos lógico-simbólicos, especialmente de los post-boleanos», *EPM*, II/20 (1892): 229-232.
- 1892, septiembre: Nombramiento para la cátedra de *Física y Química* del Instituto de Jaén; toma posesión y, al parecer, apenas ejerce durante algunos días. En noviembre permuta esta cátedra por la plaza correspondiente en el Instituto de Cuenca, que consolida por concurso en septiembre de 1893. En Cuenca permanecerá hasta su traslado en junio de 1898 al Instituto de Toledo.
- \* Z. GARCÍA DE GALDEANO, «Albino Nagy, *Principi di Logica esposti secondo le dottrine moderne*», *EPM*, II/23 (1892): 337-340. Reseña de Nagy (Torino, 1891).
- [7] «Nuevo modo de considerar la aritmética», *EPM*, III/25 (1893): 23-26.
- [8] «La lógica simbólica en Italia», *EPM*, III/26 (1893): 41-43.
- Citaré [1] y [3]-[8] por referencia a la edición de DEL VAL (1973). Las citas de [2] remitirán a la edición aquí adjunta como apéndice.

Como ya he sugerido, [2] difiere de las restantes contribuciones por su intención de ofrecer una presentación general de la lógica simbólica. Guarda, no obstante, ciertas semejanzas con la primera [1]: comienza con un panorama breve pero comprensivo de la aparición histórica y de la distribución geográfica del cultivo de la lógica simbólica; se sirve a efectos propagandísticos de una aplicación tan llamativa —se supone— como el «raciocinio à máquina»<sup>5</sup>. Las diferencias radican en la atención que, a partir

<sup>4</sup> Este mismo decreto del ministro de Fomento Linares Rivas suprimió también cuatro facultades de Ciencias (Granada, Sevilla, Valencia y Zaragoza) de las seis existentes; se salvaron Madrid y Barcelona. En septiembre de 1893 su sucesor, Segismundo Moret, restablecerá la de Zaragoza. Las otras habrán de esperar hasta agosto de 1895 —durante el ministerio de Alberto Bosch—. Mientras tanto, en 1894, se autorizan los estudios universitarios de Ciencias físico-matemáticas en Oviedo.

<sup>5</sup> Aunque la propaganda no tuviera el efecto inmediato deseado, esta imagen mecánica ganó con el tiempo cierta popularidad, según se trasluce en *Troteras y danzaderas* de Ramón PÉREZ DE AYALA

de ahí, [2] va a prestar a ciertas virtudes lógicas del nuevo programa —en particular, el lenguaje simbólico, el proceder algorítmico y su capacidad resolutive, la ampliación del campo de análisis a «los relativos»—, y a sus aplicaciones matemáticas. Por lo que se refiere a las virtudes lógicas, [2] podría verse como una exposición en parte básica y en parte complementaria de las misceláneas [3], [4], [5], [8]; por lo que concierne a los servicios o aplicaciones matemáticas, como un preámbulo de [7] y [8]. Si [1], en fin, termina declarando su intención motivadora: «¡Ojalá este artículo despierte la curiosidad de nuestro público científico hacia una disciplina matemática tan hermosa como el Álgebra de la Lógica!» (p. 332), la segunda parte de [2] se inicia con clara conciencia de la situación: como no hay exposiciones de esta disciplina matemática en castellano y, por tanto, resulta casi desconocida en España, la presentación de sus «fundamentos» y «teorías» habrá de ser la más vulgar, antes que la más adecuada (p. 206).

La exposición de esos «fundamentos» de la lógica simbólica descansa en fuentes como Schröder, Peirce y Mitchell, en especial los dos últimos, sin mayores pretensiones de originalidad que la selección del material a transcribir —de hecho, la parte central del artículo viene a ser una transcripción de ciertos pasajes del apartado 2 de PEIRCE (1885): «On the Algebra of Logic. A contribution to the philosophy of a notation», *American Journal of Mathematics*, 7, 180-202. Sobre estas bases ofrece una presentación relativamente fundada y progresiva del cálculo de proposiciones, dirigida a mostrar: (a) la capacidad de la lógica simbólica para absorber la lógica tradicional y extenderse a nuevos campos de análisis como el de los relativos; (b) las características comunes y los rasgos distintivos del álgebra de la lógica con respecto al álgebra ordinaria; (c) la conveniencia de partir de la «cópula» implicativa, por ser más simple que la «cópula» de igualdad en términos de ecuaciones; (d) el rendimiento resolutive del cálculo lógico simbólico. Se trata, además, de una exposición razonada informalmente que mantiene la mezcla entonces habitual de consideraciones sintácticas (e.g. derivaciones de fórmulas) y semánticas (e.g. atribuciones de verdad/falsedad), y la indistinción entre fórmulas válidas y reglas o formas de inferencia. Por desgracia, la interrupción del artículo nos deja sin noticias sobre la cuantificación y sobre algunos otros puntos conceptuales o técnicos, avanzados por las fuentes de inspiración de Reyes Prósper. Pero, si a esas noticias lógicas se unen las

---

(1912). Travesedo, uno de sus personajes, comenta a sus amigos Teófilo y Alberto, mientras suben por la calle del Prado hacia la plaza de Santa Ana, que «la inteligencia, en último término, es una cosa mecánica. Jevons, un filósofo inglés, inventó una *máquina lógica*, un aparato que funcionaba tan bien como el cerebro humano. El proceso lógico ha sido formulado por un matemático, Boole, en una simple ecuación de segundo grado.» Cito por la edic. de A. Amorós, Madrid, Castalia, 1973; p. 307. Puede que este sesgo reductivista añadido provenga, a su vez, de alguna referencia crítica a la lógica de Boole, procedente de medios no ya matemáticos, sino filosóficos de principios del s. XX, cf. por ejemplo CASTRO, J. de (1903), «Evolución y concepto de la lógica», *Boletín de la Institución Libre de Enseñanza*, 27/516, 86-96, y 27/517, 114-123; en especial, pp. 95-96.

referencias históricas antes apuntadas, resulta en conjunto una introducción sumaria muy bien informada. Hay, no obstante, aspectos de [2] menos afortunados. Por ejemplo, creo que habría sido preferible completar la presentación inicial con alguna referencia de carácter analítico-conceptual, o detenerse en correlaciones como la dualidad de la adición y la multiplicación<sup>6</sup>, antes que precipitarse en un ejemplo aislado de resultados parciales de la resolución de problemas ([2], pp. 212-213). En algún otro caso D. Ventura parece depender demasiado de sus «autoridades»: es posible que su afirmación de que Boole venía tratando en íntima conexión el análisis lógico y el cálculo de probabilidades desde (1847) *The mathematical analysis of logic* ([2], p. 204), se deba más a una idea inducida por sus fuentes secundarias que al conocimiento directo de este texto booleano<sup>7</sup>; y es seguro que algunas erratas en el texto original de Peirce (1885) le llevan a reproducir esas mismas formulaciones erróneas (e.g., en [2], p. 211), pese a contar —incluso en el párrafo inmediatamente anterior, en este caso— con observaciones o advertencias que habrían permitido subsanarlas.

En todo caso, estos escritos [1]-[8] parecen ser el primer intento relativamente comprensivo y deliberado de presentar o dar a conocer la nueva lógica en España. Al menos le han valido a Reyes Prósper el título de «introducción» casi por unanimidad entre los interesados por la suerte de la lógica moderna en España. Los intérpretes coinciden así mismo en la falta de éxito de esta primera introducción —de hecho, no deja secuelas—. Después, como ya hemos visto (cf. supra, nota 3), se dividen al pronunciarse sobre las causas: hay quien da más importancia a la compleja personalidad y la dispersa erudición de D. Ventura que le llevan a tantos entusiasmos como desfallecimientos, y hay quien achaca el fracaso sobre todo a la inercia institucional, la ausencia de estímulos y la incuria científica de la España de su tiempo. Pero si queremos hacernos una idea más cabal del curioso comportamiento de Reyes Prósper y de su escasa fortuna como «introducción» de la lógica simbólica en España, habremos de revisar también las virtudes presuntamente introductorias de sus propios escritos lógicos.

<sup>6</sup> «Dualismo» justamente destacado por GARCÍA DE GALDEANO (1891) en su reseña de las *Vorlesungen...*, I, de Schröder (vid. supra); no sé si la existencia de esta noticia previa pudo ser, a juicio de Reyes Prósper, una buena razón para omitirlo. Cf. también la fugaz alusión de [4], p. 345.

<sup>7</sup> Boole sólo alude a las probabilidades en el último párrafo de este libro y lo hace justamente para descartar que su doctrina general de los símbolos electivos dependa de algún origen cuantitativo como el probabilístico. La interpretación de su cálculo en términos de probabilidades se le ocurre al parecer a principios de 1849, vid. la carta de Boole a J.W. Lubbock de 22 de febrero de 1849, recogida en I. GRATTAN-GUINNESS, G. BONET, (eds.) (1997), *George Boole — Selected manuscripts on logic and its philosophy*. Basel/Boston/Berlin: Birkhäuser; pp. 198-200. Para contrastar esa idea, sugerida por Peirce o MacColl entre otros, con una visión actual de la matriz matemática de origen del pequeño tratado booleano, cf. PANTEKI, M. (2000), «The mathematical background of George Boole's *Mathematical Analysis of Logic* (1847)», en GASSER, J. (ed.) (2000), *A Boole anthology*, Dordrecht/Boston/Londres, Kluwer, pp. 167-212.

## 2. VENTURA REYES PRÓSPER, SEMBRADOR DE LA LÓGICA SIMBÓLICA.

Partiendo de una metáfora bastante popular en otro tiempo para referirse a la introducción de la matemática moderna en España —a cargo de «sembradores» del tipo de Echegaray, García de Galdeano o Torroja—, examinemos la calidad de D. Ventura como sembrador de las ideas y procedimientos de la nueva lógica simbólica. Pues supongo que la infertilidad de esta primera siembra en la última década del s. XIX también tiene que ver con la propia índole de las labores de introducción —un aspecto que se suele pasar por alto cuando se consideran sus circunstancias.

De entrada parece tan exagerado atribuir a D. Ventura una estrategia o un plan de introducción finamente elaborados, como asegurar que él mismo «se ocupó sistemáticamente» de la moderna lógica simbólica —según Del Val (1973), p. 315—. Da muestras, sin embargo, de cierto interés por la difusión y arraigo de la nueva lógica —aunque no sólo en España, sino más bien en medios internacionales: «entre las razas eslavas» ([1], p. 330), «en la patria de los césares y los mártires» ([8], p. 351)—. Sea como fuere, el conjunto de los escritos [1]-[8] deja traslucir tres pasos introductorios. En esta línea, los escritos (1) avanzan unas noticias de ambientación y situación de la nueva disciplina matemática; (2) ponen de relieve su importancia teórica (lógico-matemática) y sus servicios o aplicaciones prácticas —dadas las discusiones de finales del XIX entre matemáticos facultativos y matemáticos ingenieros, las declaraciones de D. Ventura sobre la relación entre la innovación teórica y la utilidad inmediata (cf. [2], p. 206; [7], p. 354) no son irrelevantes—; (3) exponen ciertos fundamentos analíticos y operacionales de la nueva lógica. Más aún, D. Ventura parece dispuesto a redondear esta tarea de introducción de la lógica simbólica con la composición de su propia historia, según apunta en [6], p. 333. Y al mismo propósito de importación responderían otros indicios: la reiterada confesión de Reyes Prósper de estar traduciendo las *Vorlesungen* de Schröder ([1], p. 329; [2], p. 207); su previsión de cierta oposición o resistencia por parte de «filósofos más amigos de charla que de estudio, ó de personas que acostumbradas á ser los solos sabios, nunca miran con buenos ojos aquello que ignoran» ([4], p. 347); su esperanza, en fin, en que algún mediador de amplia cultura matemática y filosófica, —en particular Albino Nagy, también reseñado puntualmente por García de Galdeano—, pueda reconciliar a los filósofos con la nueva disciplina ([8], pp. 350-51). Por desgracia, esta nota [8], aparentemente alentadora, es su último escrito conocido sobre el asunto: una vez más D. Ventura, como en la inopinada interrupción de [2], nos deja la introducción de la nueva lógica en suspenso.

Llegados a este punto de inflexión, pasemos a considerar algunos otros aspectos menos positivos —o, si se prefiere, desalentadores— de las labores de siembra de D. Ventura.

Para empezar, los «escritos lógicos»—con la salvedad de [2] ya señalada— constituyen una suerte de miscelánea de notas impresionistas sobre la nueva lógica o,

mejor dicho, en torno a los nuevos lógicos. Este género de noticias es apropiado para llamar la atención y «despertar la curiosidad del público científico» ([1], p. 352); puede crear, si acaso, cierta expectación ante los admirables progresos y espectaculares resultados de la lógica simbólica. Pero no parece el más indicado para mover a la participación activa en el desarrollo de este tipo de conocimiento analítico y relativamente sistemático, para inducir al trabajo y la investigación en esta nueva área matemática abstracta. Tampoco es muy motivadora en este sentido la actitud de D. Ventura, según todos los visos más interesado en dar muestras de sus relaciones y de sus conocimientos en dicha área que en desarrollarlos y proporcionarlos<sup>8</sup>. [2] viene a ser entonces un complemento oportuno al suministrar unos «fundamentos», una base general y normalizada, del cultivo de la nueva disciplina. Pero esta misma presentación pone a los lectores ante un producto no sólo novedoso sino ajeno y sustancialmente hecho y acabado: el lector tiene la impresión de que no se espera de él mayor contribución que el reconocimiento de las virtudes del producto logrado. Quizás por su nivel elemental o tal vez por quedar truncado, el informe no busca la complicidad de un posible receptor: no hace referencia, por ejemplo, a cuestiones abiertas, ni trata de relacionar el rendimiento del cálculo con los previsibles intereses científicos o intelectuales del público al que va destinado.

Siguiendo por la línea recién apuntada, tampoco es muy alentadora la falta de integración conceptual, teórica y analítica con que se presenta la nueva disciplina, y esta relativa a-contextualidad también contribuye a darle a la nueva lógica cierto aire de empresa curiosa o singular, un tanto bizarra. Reyes Prósper, por cierto, no deja de mencionar la asociación de la lógica simbólica con el estudio de las probabilidades (e.g. en los casos de Boole o de Poretzky), amén de alguna otra aplicación matemática (e.g. al esclarecimiento de los principios de las ciencias exactas o a la rigorización de su lenguaje, en los casos de Peano o de Peirce). Pero estas menciones no llegan a desarrollarse en muestras instructivas o en referencias sustanciales. De las limitaciones de este proceder alusivo, una especie de amagar y no dar, padece incluso la articulación interna del cálculo presentado. Un caso ilustrativo podría ser el de «la lógica de los relativos»: más allá de su encarecida importancia, no encontramos mayores

---

<sup>8</sup> Para apreciar los escasos frutos que Reyes Prósper obtiene de su información y de sus valiosas relaciones epistolares, bastaría comparar sus «escritos lógicos» con los ensayos que, años más tarde y sobre una base análoga, escribirá Philip E.B. JOURDAIN (1910-1913), «The development of the theories of mathematical logic and the principles of mathematics», cf. GRATTAN-GUINNES, I. (ed.) (1991), *Selected Essays on the history of set theory and logics (1906-1918)*, Bolonia, CLUEB, pp. 104-244. De la inclinación de D. Ventura hacia el exhibicionismo un tanto huero de erudiciones varias puede dar idea esta anécdota recogida por COBO (1991), p. 167: mientras sus alumnos del Instituto de Toledo «permanecían en un completo barbecho matemático durante los cuatro cursos que le tenían como profesor», procuraba sustituir «a todos los profesores que faltaban a alguna clase y explicar a los alumnos la lección de ese día, fuera la que fuese y cualquiera que fuese la asignatura».



noticias acerca de su papel y su sentido dentro del análisis del discurso, en general, o dentro del discurso matemático en particular.

Hay, sin embargo, dos puntos en los que Reyes Prósper abre una perspectiva contextual más amplia y prometedora. El primero es su visión de la nueva lógica como una disciplina matemática. El segundo es su consideración de la aritmética como una rama de la lógica pura.

En el primer caso, la condición matemática de la lógica parece responder tanto a la matematización o al tratamiento algebraico del cálculo de la lógica, en la tradición booleana, como a la rigorización de las teorías y las pruebas matemáticas, en la línea de la lógica de las matemáticas adoptada por Peano —aunque ésta no sea una distinción en la que Reyes Prósper se detenga (*vid. e.g.* [8], p. 349).

La posición de Reyes Prósper en el segundo caso resulta algo más explícita y elaborada. Puede que su reconocimiento de la orientación logicista en [6] —«La Aritmética ha llegado á ser, merced á los trabajos de Grassmann, Peirce, Dedekind y Peano, una rama de la lógica» (p. 335)—, quiera ser un testimonio histórico antes que una tesis sustantiva. Pero el escrito siguiente [7] disipa cualquier duda sobre su asunción efectiva. A diferencia de la geometría —dice—, que no sólo mantiene cierta dependencia empírica sino que permite formar, a partir de la negación de un axioma o de una hipótesis fundamental, un cuerpo de doctrina libre de contradicciones, en aritmética no sería posible componer sin contradicción un sistema de verdades aritméticas opuesto al existente. Así pues, la aritmética es tan invariable como las leyes del juicio (p. 335). Más aún, las leyes que gobiernan los números se derivan directamente de las que rigen el pensamiento humano, según ha advertido «Peano» (p. 354), de modo que la aritmética constituye una rama de la lógica, en particular una rama de la lógica de relativos si se atiende a la línea de desarrollo seguida por Peirce (p. 353). Por lo demás, la orientación logicista no sólo ha propiciado la definición del concepto de número y la rigorización de pruebas matemáticas anteriores de raíz empírica (p. 353), sino que conduce a identificar un mismo contenido nocional u operacional bajo los diversos métodos o «idiomas» simbólicos de Boole, Peirce o Schroeder ([3], p. 337). Estas manifestaciones «logicistas» marcan el punto máximo al que pudieron llegar las declaraciones de D. Ventura sobre la índole y el sentido de la nueva disciplina de la lógica.

Ahora bien, entre estas ideas y la filosofía instalada o, al menos, tradicional entre los matemáticos coetáneos, mediaba una distancia prácticamente insalvable. El abismo puede apreciarse a través del prolijo y retórico ensayo de N. UGARTE (1891): «La matemática, su importancia y preeminencia actuales», *EPM*, I/7, 145-181, alineado en una tradición de tópicos que podrían remontarse a las discusiones del s. XVI en torno a la cuestión *De certitudine mathematicarum*, y aderezado al gusto «moderno» con algún retazo de ideología krausista (era un abismo que, por lo demás, también existía en relación con las filosofías instaladas entre los propios filósofos, en particu-

lar con la «Lógica fundamental» implantada a partir de 1900 por un decreto de nuestro primer ministro de Instrucción Pública, García Alix).

Pero veamos alguna otra alternativa en este mismo entorno matemático de finales del s. XIX y principios del s. XX, con el fin de disponer de una perspectiva comparativa más adecuada <sup>9</sup>.

### 3. LA LÓGICA ENTRE LOS MATEMÁTICOS.

Quedamos en que [8] es la última contribución conocida de Reyes Prósper a la divulgación de la nueva lógica en España<sup>10</sup>. No parece haber motivos externos de su abandono de los temas lógico-matemáticos por entonces, en 1893 y en los años inmediatamente siguientes: sigue colaborando en *EPM* mientras dura la primera serie de la revista —hasta 1895— y después en *Archivos de Matemáticas* (Valencia) en 1896 y 1897; su situación administrativa es estable —hasta 1898 no se traslada del Instituto de Cuenca al de Toledo—; y, en fin, la ausencia de eco o de resonancia pública de sus «escritos lógicos» aún no podría tomarse como un motivo determinante.

En todo caso, el abandono de D. Ventura no significó la despedida —«hola y adiós»— del Álgebra de la Lógica en España. Por aquellos años, un matemático mucho más activo y mejor situado, catedrático de Geometría Analítica en la Universidad de Zaragoza antes de pasar en 1896 a la cátedra de Cálculo diferencial e integral, venía asumiendo con decisión y empeño la empresa de modernizar las ideas y

<sup>9</sup> Naturalmente, prescindiré de las tendencias innovadoras que no sean pertinentes en este contexto de la introducción de la lógica simbólica. Por ejemplo, del «imaginismo» propuesto por José M<sup>o</sup> REY Y HEREDIA (1865), *Teoría trascendental de las cantidades imaginarias* (Madrid, edic. póstuma por cuenta del Gobierno), que subordinaba la aritmética y la geometría al álgebra en razón de la universalidad y abstracción con que puede tratar los resultados negativos e imaginarios de problemas matemáticos. Esta línea de pensamiento encuentra cierto eco en el curso de la segunda mitad del s. XIX y no deja de interesar, entre otros, a García de Galdeano, aunque al fin reconocerá la mayor importancia sustantiva de la generalización booleana, cf. su «Nota sobre las cantidades imaginarias», *EPM*, III (1893), 160-162. Por lo demás, no acierto a dar con el motivo que pudo inducir a T. CARRERAS ARTAU a asegurar que la *Teoría trascendental* de Rey y Heredia (1865) «contiene anticipaciones y puntos de vista de lo que hoy se denomina Lógica matemática o simbólica y también Logística», en (1954), «Apuntes sobre la Filosofía de las ciencias en España y en el s. XIX», incluido en sus *Estudios filosóficos*, II (Barcelona, C.S.I.C., 1968), p. 304. Ni que decir tiene que en las ediciones de la propia *Lógica* de REY Y HEREDIA (1849, 1<sup>a</sup> edic.), incluida la póstuma de 1869 (*Elementos de Lógica*, Madrid, M. Rivadeneyra), tampoco aparece la menor referencia en tal sentido.

<sup>10</sup> Puede que también haya que concederle otra aportación posterior siquiera indirecta. Siendo D. Ventura Director del Instituto de Toledo, en 1915, el claustro del Instituto consideró pertinente «la inclusión de unas Nociones de Lógica en los estudios generales o en la especialidad de Ciencias como conocimiento previo para el estudio de las Matemáticas» (Libro de Actas de Claustro, n<sup>o</sup> 4, [sesión del 21 de septiembre de 1915], f. 81 r). Nada sé acerca de la suerte ulterior de esta propuesta.

enseñanzas matemáticas en España, D. Zoel García de Galdeano (1846-1924)<sup>11</sup>. A D. Zoel se debían no sólo la existencia de un órgano específico de expresión y de aculturación como *El Progreso Matemático*, sino la primera noticia publicada en España sobre el «Álgebra de la Lógica»: la recensión del primer volumen de las *Vorlesungen* de Schröder (vid. supra, marco de referencia). Y el plan propagandístico de «ofrecer el cuadro general del desenvolvimiento matemático contemporáneo», que había animado la fundación de *El Progreso Matemático* también contemplaba esta nueva orientación, según reafirmaba su fundador al cumplirse un año de la revista: «Hay otras investigaciones de carácter filosófico que hoy atraen la atención de los aficionados á la ciencia matemática y van ocupando un lugar en las obras de enseñanza, como son las teorías del Álgebra de la lógica, el simbolismo del cálculo moderno, y aun otras lucubraciones superiores que extienden las ramas de dicha ciencia y de las cuales es precisar dar algunas noticias, señalar siquiera las líneas generales ...» («A nuestros lectores», *EPM*, II/13 (1892), 5). Más aún, tras el silencio de D. Ventura, se prodigaron las referencias de D. Zoel a la nueva lógica y a algunas de sus connotaciones matemáticas y filosóficas, por ejemplo en sus folletos:

[1\*] *Las modernas generalizaciones expresadas por el Álgebra simbólica, las geometrías no-euclídeas y el concepto de hiper-espacio*, Madrid, Imprenta de Idamar Moreno, 1896.

[2\*] *Algunas consideraciones sobre Filosofía y Enseñanza de la Matemática*, Zaragoza, Tipografía de Emilio Casañal, 1907.

[3\*] *Boletín de Crítica, Enseñanza y Bibliografía Matemática*, Zaragoza, Tipografía de E. Casañal, 1909.

[4\*] «Exposición sumaria de la Matemática según un nuevo método», Suplemento a la *Revista de la Sociedad Matemática Española* [Cuaderno 1º]. Zaragoza, Tipografía de G. Casañal, 1917.

Pero eso no significa un relevo en la tarea: García de Galdeano no es el corredor de fondo que toma el testigo del primer velocista cuando éste desfallece. La labor de introducción del Álgebra de la lógica en manos de D. Zoel discurre por una pista paralela a la de D. Ventura: sigue en cierto modo una dirección parecida, en el sentido de presentar o dar a conocer unas nuevas tendencias de la matemática moderna, pero desde [1\*], i.e. 1896, procede como si Reyes Prósper no hubiera escrito nada o no existiera. Muchos años más tarde, cuando en 1929 Francisco Vera vuelva a ocuparse de asuntos más o menos relacionados con el papel que tocaría desempeñar a la lógica en matemáticas, tampoco dará señales de que alguna vez hubiera habido alguien en España que se hubiera ocupado de esos temas. Son curiosas, pero no insólitas, estas soluciones de continuidad en la introducción y recepción de nuevas ideas en

<sup>11</sup> Calificado por Rey Pastor como «esforzado paladín de la matemática moderna en España», siempre fue nombrado entre los «sembradores», cf. e.g. PLANS, José M<sup>a</sup> (1926), «Las matemáticas en España en los últimos cincuenta años», *Ibérica*, t. I, vol. XXV, n° 619, 172-174.

la cultura española, donde cada presentador se cree llamado a obrar *ex nihilo* por cuenta propia. En el presente caso es además una verdadera lástima porque las referencias de García de Galdeano podrían considerarse hoy como una labor de introducción más genérica, pero más contextual y, en algunos aspectos, complementaria de la miscelánea de notas impresionistas de Reyes Prósper.

García de Galdeano también empieza asumiendo la condición matemática del Álgebra de la lógica, «rama digna de ser estudiada por todo el que aspire á tener idea acabada del organismo de la ciencia matemática» —reseña citada de Schröder (1890), *EPM*, I/8 (1891), p. 203—, sin dejar de reconocer su dimensión filosófica más allá de las matemáticas (cf. [1\*], p. 36). Comparte así mismo con Reyes Prósper una especie de logicismo, al menos «estilístico»: el estilo matemático no puede ser más que uno, el de la lógica, en atención a las demandas de rigor expositivo y sistematización deductiva ([3\*], p. 138); su manifestación más amplia en el campo de la matemática es justamente el Álgebra de la lógica ([3\*], p. 93); un desarrollo en curso es el marcado por los trabajos de la escuela italiana a partir de Peano, en la línea de la constitución simbólica de un lenguaje matemático puro ([2\*], p. 36). Pero sus labores de presentación e introducción tienen más alcance. Probaré a concentrarlas en torno a tres puntos de mayor entidad: (1) la caracterización del Álgebra de la lógica, (2) su contextualización e integración dentro del marco de desarrollo de la matemática moderna, (3) su proyección general intra— y extra-matemática.

Por lo que se refiere a (1), García de Galdeano no sólo insiste en su carácter de cálculo eminentemente simbólico por hacer depender la validez de sus resultados de las leyes de combinación de sus símbolos ([1\*], p. 36), sino que repara en sus dos momentos de constitución: «Por el primero se constituye en un organismo puramente formal, obtenido por la simple combinación de signos de objetos y signos de relación... El segundo momento del Álgebra de la Lógica es la interpretación. Las leyes combinatorias han establecido relaciones a priori que son formas vacías, a las que debe darse un contenido concreto.» ([3\*], p. 93; en [4\*], pp. 15-16, trata de ser más explícito, aunque no pueda evitar alguna imprecisión y cierta confusión entre el análisis lógico de clases y el de predicados (o «atribuciones de cualidades a un sujeto»). En la línea de (2), García de Galdeano no sólo apunta una serie de rasgos distintivos del perfil que va presentando la matemática moderna, como la combinatoria, el simbolismo, la sistematización, la compenetración y la aritmetización, algunos de ellos obviamente asociados a la lógica simbólica, (cf. [3\*], pp. 66-102, *passim*; [4\*], pp. 3-6, y su caracterización de la tendencia actual como «fusionista», pp. 11-14); también insiste en la congruencia de este desarrollo lógico-simbólico con la tendencia matemática coetánea hacia la abstracción y la autorregulación formal; más aún, llega a asegurar que ese desarrollo es una condición necesaria de esta orientación por sus poderes de generalización y abstracción ([1\*], p. 11). En fin, con relación a (3), García de Galdeano, tras considerar dichos desarrollos simbólicos y combinatorios como

«dependientes y en conexión con las leyes que rigen nuestro desenvolvimiento intelectual» ([1\*], p. 36), pasa revista a sus conocidas aplicaciones matemáticas y se detiene en algunos otros servicios generales como, por ejemplo, los que puede prestar bajo la forma de «crítica racional», es decir: en orden a la convalidación y la sistematización deductiva del conocimiento ([2\*], p. 34), o bajo la forma de «lengua racional», es decir: en orden a la expresión simbólica, esquemática y precisa del conocimiento ([2\*], pp. 59-60). A lo que se suma otro aspecto básico en esta perspectiva, a saber: su calidad como instrumento de generalización teórica y de abstracción conceptual ([3\*], p. 65), sea dentro o sea fuera de las matemáticas, y todo esto aparte de las funciones que pueda desempeñar en su «dimensión subjetiva», i.e. la relativa a la inteligencia y sus operaciones: clasificaciones, esquematizaciones o cuadros representativos, materia tradicional de estudio de los lógicos ([3\*], p. 63).

A pesar de su amplitud de miras y su poder de sugerencia, esta presentación de García de Galdeano no corrió mejor suerte ni logró mayor audiencia en medios matemáticos que la introducción paralela de Reyes Prósper. Puede que también haya tenido algo que ver la presentación misma. Pues, por comparación con las notas impresionistas de D. Ventura, las referencias de D. Zoel vienen a adolecer, en parte, de lo contrario y, en parte, de lo mismo. De lo contrario, en la medida en que resultan demasiado amplias y genéricas; de lo mismo, en la medida en que siguen tratando el desarrollo de la lógica simbólica como una ocupación distante y ajena. La lógica simbólica era, en suma, una nueva disciplina matemática a la que ninguno de los dos parecía dispuesto a hacer ninguna contribución efectiva. ¿No sería pedir demasiado el esperar algo más de los eventuales lectores?

Era demasiado, desde luego, a juzgar por el desinterés de sus colegas. García de Galdeano y Reyes Prósper fueron recordados en medios matemáticos como introductores, si acaso, de la geometría no euclidiana —e.g. en el artículo antes citado de PLANS (1926)—. Pero, entre los matemáticos, no hay referencias a sus noticias sobre la lógica; ni las hay, en general, a esta presunta ramificación matemática durante las primeras décadas del s. XX<sup>12</sup> —salvo alguna reseña singular, como la de Cou-

<sup>12</sup> Pueden verse, aparte del informe de Plans, las memorias sobre la enseñanza matemática en España presentadas al Congreso Internacional de Cambridge (1912), o la entrada sobre «Ciencias Exactas» en el tomo XXI de la *Enciclopedia Espasa* (1923) dedicado a España (en especial, p. 1119, donde se habla de la situación contemporánea) —por otro lado, en la entrada general sobre «Matemática» del t. XXXIII (1917), pp. 879-898, ni siquiera se nombran el álgebra de la lógica, la lógica simbólica o la lógica matemática entre las orientaciones y especializaciones modernas; figura, e.g., Hilbert, pero sin la menor alusión a sus ideas lógicas o filosófico-matemáticas, y Peano brilla por su ausencia—. Por lo demás, también he rastreado en vano su presencia en el catálogo de materias correspondiente de las *Actas* de los Congresos de la Asociación Española para el Progreso de las Ciencias, a partir de 1908 (cf. el Apéndice I de AUSEJO, E. (1993), *Por la ciencia y por la patria: la institucionalización científica en España en el primer tercio del s. XX. La Asociación Española para el Progreso de las Ciencias*, Madrid, Siglo XXI, pp. 165-173 en particular.

turat (1905), *L'Algèbre de la logique*, *Gaceta de Matemáticas*, IV (1906), 84-85, debida a un autor foráneo, Henry Fehr. Según mis datos, la primera publicación de un matemático español que vuelve a centrarse en temas parecidos es *La lógica en las matemáticas* de Francisco Vera (1929). A propósito de ella se ha llegado a escribir: «De la documentación que poseemos parece deducirse que es nuestro autor [Vera] quien publica la primera obra sistemática —en castellano— de lógica formal, *La lógica en la matemática* (Madrid, Páez, 1929), lo que permite deducir su dominio de las teorías de Boole, Grassmann, Peirce, Schröder, Russell, etc.»<sup>13</sup>. Bueno, al margen de que Grassmann o Peirce no aparezcan ni en la «tabla de nombres», la verdad es que no se trata de una «obra sistemática de lógica formal» en absoluto. Es más bien un ensayo de filosofía de la matemática, interesado en vindicar algunas características distintivas del proceder matemático —*e.g.* en la línea de Poincaré—, frente a la vacuidad formal y al método logicista, que «no es, en el fondo, sino un puro juego del espíritu que crea una escolástica matemática estéril y sin utilidad científica» (p. 114). Así pues, no es extraño que lejos de ocuparse de la «lógica» de modo sistemático, recele de ella<sup>14</sup> e, incluso, más de una vez incurra en vaguedades y confusiones al vérselas con cuestiones lógicas sean conceptuales —*e.g.* en su idea de que la matemática deductiva consiste en una «abrumadora tautología» dado que toda conclusión ha de hallarse contenida en las premisas (p. 18), que ignora la distinción entre las dimensiones semántica y epistémica de la deducción—, sean analíticas —*e.g.* en su distinción de proposiciones contrarias y contradictorias (p. 46)—, o sean metamatemáticas —*e.g.* en su exposición de las vías «experimental» y «demostrativa» de establecer la compatibilidad (o consistencia) de un sistema de postulados (pp. 98-99). En cambio, da muestras de competencia y lucidez al tratar de la aritmética<sup>15</sup>, de la geometría y de ciertos procedimientos clásicos de prueba en los últimos capítulos, xii-xvi, pp. 122-185. Creo que, en conjunto, puede considerarse un trabajo representativo de la irregular y precaria aculturación filosófico-matemática española anterior a los años 30: es sintomático, por ejemplo, del confuso eco de las paradojas, de la divulgación y confrontación de algunas ideas más o menos hilbertianas y «lógicas» con ciertos puntos de vista de Poincaré, o de las reticencias autonómicas del colecti-

<sup>13</sup> COBOS, J. M. y PECELLÍN, M. (1997) «Francisco Vera Fernández de Córdoba, historiador de las ideas científicas», *Llull*, 20/39, 507-528, p. 510.

<sup>14</sup> Por ejemplo: «Lo que quiere reivindicar el matemático es la autonomía de la vida en general y del pensamiento en particular, cuando se niega a ver en los números y en sus infinitas combinaciones puras constantes lógicas, es decir: elementos estáticos y momificados». [VERA (1929), p. 20].

<sup>15</sup> Sería bueno comparar este tratamiento de la aritmética con el avanzado por MINGOT SHELLY, J. (1911) en el Congreso de Granada de la AEPC: «Evolución del concepto de número», *Asociación Española para el Progreso de las Ciencias. Congreso de Granada*. (Madrid, Imprenta de E. Arias), Sec. 1ª, pp. 1-19. Así, mientras que MINGOT SHELLY (1911) ha de referirse a matemáticos foráneos (Peano, Cantor, Dedekind), VERA (1929) también puede remitirse a Rey Pastor o a Jiménez Rueda: quizás sea una señal de la incipiente recepción en España de (parte de) la matemática moderna.

vo matemático frente a las pretensiones «reduccionistas» de las nuevas direcciones lógico-formalistas o axiomático-deductivas<sup>16</sup>.

Pero el desinterés inicial hacia la nueva lógica, en medios matemáticos, no se debía precisamente a actitudes o reservas de este tipo, sino a unas circunstancias escolares y socioculturales más decisivas. Para empezar, hacia finales del s. XIX y principios del XX, las vías de acceso al álgebra de la lógica y a la lógica simbólica, a partir de estudios avanzados de álgebra, parecían inexistentes o cortadas. El famoso Plan de estudios de García Alix (1900) venía a consagrar, de una parte, el predominio de la geometría —donde la geometría de posición de Staudt tendría un largo reinado merced al influjo de Torroja—, y de otra parte la inclusión del álgebra en los cursos de Análisis Matemático, sin apenas espacio para desarrollarse. Esto aseguraba una larga vida a libros de texto como el de Marzal (1899) que entendía por análisis «el estudio de las funciones» y por álgebra «la rama del análisis ordinario o de cantidades finitas que tiene por exclusivo objeto el estudio de las funciones algébricas», amén de prevenir al estudiante de otras dos acepciones marginales o secundarias: el álgebra también era «considerada por unos, con excesiva amplitud de concepto, como la ciencia encargada de estudiar y exponer las leyes generales de la cantidad independientemente de su naturaleza numérica o extensiva, y mirada por otros como mero arte de abreviar, simplificar y generalizar la resolución de ecuaciones que pueden proponerse sobre los números»<sup>17</sup>. Juicio que da a entender el carácter marginal de las glosas de García de Galdeano en torno al Álgebra de la lógica, cuyas supuestas virtudes de abstracción, generalización combinatoria y esquematización descansarían en una suerte de extrapolación del álgebra ordinaria. Por desgracia, la *Nueva Enciclopedia matemática*, iniciada por García de Galdeano en los años 1904-5 con el propósito de remediar las rutinas escolares y ministeriales, no alcanzó a ver publicados los tomos correspondientes a los desarrollos geométricos y algebraicos, vistos en una perspectiva de la matemática como ciencia de las transformaciones capaz no sólo de exhibir dependencias formales, unificadoras de sus diversas ramas modernas, sino de incluir el cálculo lógico. También se quedaron en buenas intenciones otros propósitos de

<sup>16</sup> No falta, por cierto, alguna discusión anterior en la prensa científica que pudiera indicar un nivel mayor de interés por, y comprensión de, la nueva metodología deductiva abstracta. Cf., por ejemplo, el debate sobre intuición y abstracción axiomático-deductiva que sostienen los ingenieros E. Herrera y P. Lucía en *Madrid científico*, año XXX, 1082 (1923), pp. 17-19, 86-87 y 102-103, en la onda del eco suscitado por las nuevas teorías geométricas, físico-matemáticas y aun lógico-matemáticas. Por otro lado, a finales de 1928 aparecía un extracto de la conferencia de Hilbert en Bolonia (1928) sobre «Problemas de la Lógica Matemática», en la *Revista Matemática Hispano-Americana*, III/10 (1928), 265-267. Pese a la pertinencia de dicha discusión y de este extracto para algunos puntos tratados por Vera en su ensayo, ni una ni otro merecen atención: lo cual podría considerarse otro síntoma revelador de nuestra irregular y discontinua aculturación matemático-filosófica.

<sup>17</sup> Citado por ESPAÑOL, L. (1998), «Julio Rey Pastor ante los cambios en el álgebra de su tiempo», en ESPAÑOL, L. (ed.), *Matemática y región: La Rioja*, Logroño, I.E. R., 63-122, p. 75.

modernización, como el *Tratado de álgebra* proyectado por Octavio de Toledo (1905) que, en demanda de atención, confiaba su desarrollo ulterior a la «benevolencia» del «público matemático de nuestro país». Las cosas no mejoraron con el curso del tiempo<sup>18</sup>, ni con la entrada en la escena académica de las nuevas generaciones de «recolectores» —según la metáfora de la siembra— o «investigadores» —según la entrada «Ciencias exactas» del tomo XXI sobre España de la *Enciclopedia Espasa*, antes citada. El propio Rey Pastor es un caso ilustrativo. En principio, su estima de —y su familiaridad con— el álgebra en el sentido clásico de teoría de la resolución de ecuaciones algebraicas no dejaba de inspirarle cierta desconfianza hacia el formalismo y las estructuras algebraicas, hasta el punto de que se ha llegado a decir que «probablemente sus opiniones motivaron el retraso de la entrada del álgebra moderna en España»<sup>19</sup>. Por otro lado, tampoco se privó de confesar, llegado el caso, su desvío de la lógica matemática: en su *Discurso* de ingreso en la Real Academia Española de la Lengua (1 de abril de 1954), sobre «Álgebra del lenguaje», opone la concepción estética de Croce y de Vossler a «la doctrina lógica del gigante Russell, que me orientó pero no adopté»<sup>20</sup>.

Cerrada esta vía de penetración escolar o académica, cabría pensar en otras más propicias para la difusión de nuevas ideas, como las revistas o las conferencias. Por lo que se refiere a ésta segunda, ya he aludido a la ausencia de temas acerca de la nueva lógica simbólica en la Sección de Matemáticas de las *Actas* de congresos de la AEPPC. Pero éste no sería, por sí solo, un dato determinante. Por ejemplo, entre las conferencias impartidas en el curso 1904-5 del Ateneo de Madrid, figura una de Diego Ruiz con el título: «Problemas fundamentales de la lógica simbólica. Teoría general de la ciencia deductiva»<sup>21</sup>. Aparte de que Diego Ruiz no sea matemático, sino

<sup>18</sup> Pues, entre otros motivos, el Plan de García Alix se mantuvo vigente hasta bien avanzada la década de los 20 y la hegemonía de la geometría sintética comportaba cierta «hostilidad» hacia el álgebra —en expresión de HORMIGÓN, M. (1984), «El paradigma hilbertiano en España», en *Actas II Congreso de la SEHC, Jaca 1982*, Zaragoza, Gráficas Navarro, vol. 2, 193-211, pp. 202-203 en particular.

<sup>19</sup> Vid. ARENZANA, V. y RODRÍGUEZ SOL, M<sup>a</sup> L. (1985), «El álgebra moderna en las *Lecciones de Álgebra* de J. Rey Pastor», en ESPAÑOL, L. (ed.), *Actas I Simposio sobre Julio Rey Pastor*, Logroño, I.E.R., 155-161, p. 161; cf. en estas mismas *Actas* LLORENTE, P. (1985), «Una presentación de la obra de Julio Rey Pastor en Álgebra», pp. 119-136. En análogo sentido discurre el artículo antes citado de ESPAÑOL (1998).

<sup>20</sup> Vid. REY PASTOR, J. (1993), *Escritos de dos orillas* (edic. de L. Español), Logroño, Gobierno de La Rioja, p. 248; vid. también p. 278, nota 1. También es significativo —aunque ajeno, cabe suponer, a las intenciones de Rey Pastor— que su Discurso de ingreso diera lugar a un discurso de contestación por parte de José M<sup>a</sup> Pemán en el que el encendido vate erige, frente a la fría lógica racional, una lógica «vital» para asegurar que «es en esa lógica caliente donde Rey Pastor instala su tratamiento algebraico del lenguaje», *Ibid.*, p. 310.

<sup>21</sup> Vid. VILLACORTA BAÑOS, F. (1985), *El Ateneo científico, literario y artístico de Madrid (1885-1912)*, Madrid, C.S.I.C., p. 316; no hay noticias de su publicación a diferencia de otras impartidas en ese mismo curso. En el Ateneo de Madrid y en marzo de 1898, García de Galdeano ya había dictado un curso de diez lecciones sobre «La moderna organización de la Matemática», cuya lección 7<sup>a</sup> trataba de Álgebra



médico y, en general, un intelectual agudo e inquieto, autodidacto en cuestiones de filosofía y metodología matemática, sólo cabe conjeturar el contenido de esta conferencia a la luz de su *Genealogía de los símbolos. (Principios de una ciencia deductiva)*, Barcelona, Imprenta de Heinrich y Compañía, 1905, 2 tomos. Se trata de un ensayo, —dedicado «A Ernesto Mach, en quien revive hoy la vocación científica del s. XVII»—, sobre diversas nociones y métodos (simbolismo, definición, demostración...) asociadas a una concepción decimonónica de la matemática, donde no falta alguna alusión ocasional a Hilbert o a Peano, si bien hecha desde el contexto de la axiomatización clásica pre-hilbertiana, sin vislumbrar la nueva axiomatización estructural ya en curso. No hay, desde luego, referencias conceptuales o técnicas a la nueva lógica simbólica o matemática.

El caso de las publicaciones periódicas científicas aún es más sintomático. Por un lado, las de contenido científico general parecen más inclinadas a dar noticias de ciencias físico-químicas y naturales relacionadas con la técnica y con la industria; la presentación de «La lógica simbólica» de Reyes Prósper (1891) en *Naturaleza, Ciencia é Industria* no pasa de ser una excepción a la regla —por más que se avenga al propósito general de satisfacer «la curiosidad del público científico». Por otro lado, las contadas revistas específicamente matemáticas no sólo corren por cuenta de sus editores, en el filo de la navaja económica y al albur de sus vicisitudes personales<sup>22</sup>, hasta que aparece en 1911 la *Revista de la Sociedad Matemática Española* como órgano de la Sociedad recién creada, sino que siguen padeciendo, incluso entonces, los males derivados de la incultura ambiente: en particular, una irremediable tensión entre el número de lectores —o aun de autores capaces de enviar originales— y el nivel de información, de modo que el primero sólo puede aumentar si mengua la altura y la especialización de las contribuciones publicadas, así que el deseable punto de equilibrio se buscará en cotas bajas y en asuntos familiares, no muy distantes de la formación escolar<sup>23</sup>. Pues bien, en este ámbito, más allá de las reseñas y notas iniciales de los «sembradores» Reyes Prósper y García de Galdeano en *El Progreso Matemático*, no tengo constancia —por lo menos a la luz de catálogos como los confec-

---

de la lógica conforme al guión: «Métodos de Boole y Jevons —Doctrina de Schroeder— Principios combinatorios de Grassmann».

<sup>22</sup> Aparte de *EPM* (1891-96 y 1899-1900), editada por García de Galdeano, de calidad singular dentro de este género, cabe recordar: *Archivo de Matemáticas Puras y Aplicadas* (1896-97), editada por L. Gascó en Valencia; *El Aspirante*, editada poco después por Reyes Prósper en Toledo, cuyo rastro está perdido hoy; *Revista Trimestral de Matemáticas* (1901-1906), editada por J. Rius y Casas, y sucesora de *EPM* en Zaragoza; *Gaceta de Matemáticas Elementales / Gaceta de Matemáticas* (1903, Vitoria / 1904-6, Madrid), editada por A. Bozal y Obejero.

<sup>23</sup> *Vid.* por ejemplo el editorial de la *RSME*, V/41 (1915), que da cuenta de un descenso del nivel con el fin de poner la *Revista* «al alcance de la mayoría de los matemáticos españoles, muy especialmente de los jóvenes principiantes», p. 2. *Cf.* también HORMIGÓN (1988), pp. 261-263, en particular.

cionados por J. Aznar (1984), M. Hormigón (1987), J. Llombart (1988)<sup>24</sup>— de ulteriores aventuras por el nuevo continente de la lógica simbólica o matemática.

Para formarse una idea más cabal de la falta de éxito de esa primera siembra de la lógica moderna en medios matemáticos no estará de más considerarla desde otro punto de vista. Compararemos su suerte con la relativa fortuna que llegó a alcanzar la introducción coetánea de la geometría no euclidiana, a fin de tener un elemento más o menos parejo de contrastación.

Las primeras menciones publicadas de la geometría no euclidiana aparecen en los años 1870<sup>25</sup>, pero cabe tomar como una presentación inicial de algunos puntos el artículo de L. CLARIANA (1884), «Nociones de trigonometría general», *Crónica científica*, VII, 193-200. Más importancia reviste la pronta aparición de contribuciones originales: dos de REYES PRÓSPER a la geometría descriptiva neutra: «Sur la géométrie non-Euclidienne», *Mathematische Annalen*, 29 (1887), 154-156, y «Sur les propriétés graphiques des figures centriques», *Ibid.*, 32 (1888), 157-158, —aparte de sus artículos y reseñas en el curso de los 90 en *El Progreso Matemático* y en *Archivos de Matemáticas*—. Por entonces también se ocupa de su introducción García de Galdeano mediante una presentación sumaria en su *Geometría Elemental* (1888, 2ª edic.), luego ampliada en la *Geometría General* (1895) —amén de glosas, como el ensayo ya citado *Las modernas generalizaciones...* (1896), o conferencias de divulgación, como la impartida en el Ateneo de Madrid en 1898—. Tampoco faltan muestras de la repercusión que tienen y la inquietud que suscitan las alternativas no euclidianas o «pangeométricas», como la discusión que surge en Barcelona entre quienes se pronuncian en contra (Clariana, en 1890 y 1899; Doménech y Estapa, en 1894), y a favor (Mundí y Giró, en 1898); la academia de Ciencias de Madrid convocará, a su vez, en 1901 un premio de matemáticas sobre el tema de las geometrías no euclidianas. Con el nuevo siglo también aparecen ensayos relativamente extensos, e.g. el de J.A. Pérez del Pulgar (1906) —recogido como «Nota» en la 2ª edic., 1907, del *Tratado de Geometría Analítica* de Vegas (II, pp. 657-690)—, hasta llegar a la notable monografía de J.M. Bartrina (1908), «Tratado didáctico de las Geometrías no euclí-

<sup>24</sup> AZNAR, J. (1984), «Contribución a la historia de la matemática española de finales del XIX: Luis G. Gascó (1846-1899) y el *Archivo de Matemáticas*», en *Actas II Congreso SEHC, o.c.*, 47-59; HORMIGÓN, M. (1987), *Catálogo de la producción matemática en España entre 1870 y 1920*, Zaragoza, Universidad de Zaragoza (Cuadernos de Historia de la Ciencia, nº 3) —en realidad, un primer paso hacia lo que dice el título—; LLOMBART, J. (1988), *Catálogo de la revista Gaceta de Matemáticas Elementales — Gaceta de Matemáticas (1903-1906)*, Zaragoza, Universidad de Zaragoza (Cuadernos de Historia de la Ciencia, nº 5).

<sup>25</sup> Me remito a los estudios que A. Bernalte y J. Llombart vienen frecuentado desde 1988; *vid.* en particular, BERNALTE, A., y LLOMBART, J. (1995), «The effect of the implantation of non-Euclidean geometries on the change of paradigm and its repercussion in Spain», en AUSEJO, E. y HORMIGÓN, M. (eds.), *Paradigms and Mathematics*, Madrid, Siglo XXI, pp. 391-406, donde también se encuentran referencias a sus trabajos anteriores. Los autores catalogan 86 publicaciones relacionadas con el tema en España, desde 1874 hasta 1910 —entre ellas, las meras traducciones no pasarían de 7.

deas» —premio Agell de la Academia de Ciencias y Artes de Barcelona—, *Memorias RACAB* (3ª época), VII/2 [1908], 17-290. Pues bien, a la luz de todo esto: una atención relativamente sostenida y acumulativa —al margen de peripecias personales—, cierta repercusión pública en medios académicos e, incluso, la producción original de contribuciones sustantivas, se puede hablar no sólo de una introducción sino de una recepción efectiva de la geometría no euclidiana.

En consecuencia, la explicación de la introducción fallida de la nueva lógica en medios matemáticos no descansa únicamente en las circunstancias comunes que rodean la modernización de las ideas y las prácticas matemáticas en España en las últimas décadas del s. XIX y las primeras del s. XX. Me refiero a condicionamientos generales como, por ejemplo, las inercias administrativas y escolares, la insistencia en vías trilladas o carentes de perspectivas heurísticas de largo alcance, la ausencia de «masa crítica» o, en fin, el autodidactismo y la precaria profesionalización del cultivo de las matemáticas —todos ellos tópicos recurrentes en nuestra historiografía sobre la modernización del oficio de matemático en España entre finales del s. XIX y principios del s. XX. Por lo que concierne al caso de la lógica se debe tomar en consideración además no sólo su «no lugar» en el curriculum matemático, sino su propia condición periférica —la lógica matemática misma había venido a nacer en una tierra de fronteras, solapada en parte con las matemáticas, en parte con la filosofía—, y el hecho de que en España sus posibles vías de comunicación con ciertos núcleos, como el álgebra abstracta o el cálculo combinatorio, estuvieran cegadas o no existieran. Por añadidura, tampoco había una preparación teórica que favoreciera su acogida —e.g. desarrollos básicos de teoría de conjuntos—, ni un sustrato de motivos e intereses filosófico—matemático que sustentaran o alimentaran su adopción. De modo que esta primera introducción se quedó en meros escauceos, importantes para la biografía del singular D. Ventura o del laborioso D. Zoel, pero sin mayor significación y sin apreciable incidencia sobre el curso de la historia académica o cultural de las matemáticas españolas entre finales del s. XIX y principios del XX. Lo cierto es que la lógica matemática, para prender en España, tuvo que esperar mejores tiempos y nuevos trabajos de siembra y (re)introducción.

ANEXO

LA LÓGICA SIMBÓLICA, I.

*Naturaleza, Ciencia é Industria*. Vol. I, nº 7 (1891 [10 de octubre]), 187-8\*

En el año 1847 emprendía George Boole, Profesor en el Queen's College de Dublín, la resurrección y reforma de una serie de tentativas que, iniciadas por Leibnitz y proseguidas por Lambert, Bernouilli, Ploucquet, Semler y otros, tenían por objeto el aplicar á la Lógica el algoritmo matemático. Todos los esfuerzos habían resultado ineficaces hasta entonces, y se hacía preciso seguir un nuevo camino. El cálculo de las probabilidades que Bernouille, Euler, De Moivre, Laplace y Condorcet habían creado, fué sin duda alguna, como Santiago Peirce piensa, el rayo de luz que guió á Boole, quien consiguió en su admirable obra *The laws of Thought* lo que ninguno de sus predecesores había alcanzado, es á saber: expresar nuestros juicios en forma de ecuaciones, y sacar de un sistema dado de juicios todas las conclusiones posibles, mediante la eliminación algorítmica de los términos convenientes. La íntima conexión entre la lógica de los términos absolutos y las probabilidades, hizo que Boole tratase de ambas en la mayoría de las obras que publicó y que llevan por título *The mathematical Analysis of Logic, The claims of Science, on propositions numerically definite, etc.*\*\*

Mas el algoritmo booleano sólo servía para resolver las cuestiones referentes á clases ó proposiciones, lo que hacía necesario que otros sabios se ocupasen de un asunto importantísimo abandonado por Boole: la *Lógica de los relativos*. Ésta fué la obra de uno de los mayores lógicos que hayan existido nunca, Augusto de Morgán, Profesor de Cálculo Infinitesimal en la Universidad de Londres, conocido por sus sutilísimas críticas de demostraciones viciosas.

Por algún tiempo no fijaron los sabios su atención en los trabajos citados. En el año 1870 publicó Carlos Santiago Peirce, hijo del gran Benjamín Peirce, Profesor de Matemáticas sublimes en la Universidad de Harvard, en las Memorias de la Academia Nacional de Ciencias de Washington, una obra que es un monumento erigido á la *Lógica de los relativos*. Este tratado original es clásico en la ciencia. También encontró, independientemente del Profesor Stanley Jevons, de Londres, algunos de los resultados que éste había obtenido en 1864 (*Pure Logic or the Logic of quality*)

---

\* Dejaré en el texto las erratas en los nombres propios y en los títulos de las obras, pero corregiré algunas fórmulas erróneas, cuya formulación original haré constar en nota. Todas las notas son mías.

\*\* «Of propositions numerically definite», publicación póstuma en *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 11 (1871), 396-411. Resultan curiosas, en este contexto, la referencia a *The Mathematical Analysis of Logic*, que no trata precisamente de las probabilidades, y la mención de «The Claims of Science», una conferencia dada por Boole en el Queen's College de Cork, en 1851.

como felices modificaciones en el método de Boole, que han sido universalmente adoptadas después por todos los sabios.

Entre tanto se ocupaba (1872) aisladamente de estudios lógico-simbólicos Roberto Grassmann, hermano del eminente matemático, filólogo, físico y filósofo alemán Hermann Grassmann. Sus trabajos, que tienen gran mérito, tuvieron al principio la misma desgraciada suerte que los de su hermano: quedaron olvidados por algún tiempo, y sólo después se les ha hecho justicia.

En 1877 se publicó en Alemania el *Operation Kreis des Logik Kalkuls* \*, y desde entonces la Lógica simbólica se ha difundido rápidamente, gracias á la sencillez, elegancia y originalidad con que se encuentra expuesta. Séame permitido saludar desde aquí con gratitud y admiración á su ilustre autor el Profesor Ernesto Schroeder, que en sus obras ulteriores, de que después me ocuparé, ha prodigado su ciencia y se ha colocado en primera fila entre los sabios europeos.

Venn, John Murphy Macfarlane y Leslie se ocuparon en Inglaterra, el primero de vulgarizar la obra de Boole, y los demás de la *Lógica de los relativos*, en la que hallaron hermosos resultados. Mac Coll aplicó con éxito á cuestiones de Cálculo integral las nuevas teorías.

Al llegar el año 1880, una nueva era se abrió con la publicación en el *American Journal of Mathematics* de la Memoria de Peirce *On the Algebra of Logic*. Desde este momento pudo decirse, según Schroeder, que la Lógica no es más que una de las numerosas disciplinas matemáticas. Los métodos adoptados en ella son los seguidos hoy. Esta dirección ha sido la seguida después por los discípulos de Peirce, el difunto Howard Mitchell, tan desgraciadamente muerto en la flor de su vida; Cristina Ladd, Gilman y Allan Marquand.

Peirce ha reunido toda la obra de sus discípulos en un áureo volumen, titulado *Studies in Logic*, publicado en Boston el año 1883. En el *American Journal of Mathematics* han aparecido los últimos trabajos de Peirce, *On the Logic of Number* y *On the Algebra of Logic à contribution to the Philosophy of notation*.

Por último, todo cuanto hasta el día se ha publicado de estas materias promete verse reunido, adicionado de las brillantes investigaciones del autor, en las *Vorlesungen über die Algebra der Logik*\*\* de Schroeder, comenzadas á publicar en 1890, y en las que, no estando aún terminadas, incluirá los trabajos muy notables de Kempe (Alfred Bay), Grussepe Peano y Albino Nagy.

Imposible es, sin embargo, dar cuenta de los muchos trabajos hasta hoy efectuados, principalmente en problemas diseminados entre varias publicaciones periódicas. Grove, Elizabeth Blackwood y otros han resuelto algunos muy curiosos. George Bruce Halstead ha publicado hace años un artículo vulgarizador en un periódico

---

\* *Der Operationskreis des Logikkalküls*. Leipzig, 1877.

\*\* *Vorlesungen über die Algebra der Logik (exakte Logik)*. Leipzig, I, 1890; II, 1891; III, 1895.

americano, que hoy ya resulta muy antiguo, dada la pasmosa actividad desplegada de algún tiempo á esta parte\*.

Los trabajos del Sr. Peano ofrecen la gran ventaja de aplicar todas estas teorías á las demás ramas de las Matemáticas: así es que ha llegado á escribir libros de Aritmética y de Geometría sin usar de palabras ningunas, valiéndose sólo del Cálculo booleano y de los relativos. Nada más extraño que hojear una de sus publicaciones, en las cuales el distinguido Profesor de Cálculo diferencial é integral de la Universidad de Turín ha aplicado tan felizmente lo que antes sólo eran teorías abstractas. Sirva este ejemplo á aquéllos que desdeñan las ciencias que les parecen no tener aplicación á la vida práctica. Cuando Arquímedes estudiaba las secciones cónicas, no sospechaba que sus propiedades se aplicasen á los miles usos que hoy alcanzan, entre los cuales alguno ha salvado la vida de muchos millares de hombres; cuando Boole discurría sus métodos, no soñaba quizá en sus ingeniosas aplicaciones, y he aquí ahora la más pasmosa de todas: Hanley Jevons, Venn y Allan Marquand han encontrado el modo de raciocinar con una máquina: un teclado tocado convenientemente ó un manubrio manejado con destreza, sacan de un sistema de premisas todas las conclusiones posibles y descubren la verdad ó falsedad de una proposición. Los aparatos que hoy se conocen, limitados á casos no muy complicados, podrían fácilmente generalizarse.

Digamos, para terminar, que Rusia no ha permanecido ajena á este movimiento, pues el Sr. Poretzky ha publicado en las Memorias de la Sociedad fisico-matemática de Kazan extensas Memorias sobre Lógica matemática y Probabilidades, y que en Bélgica introdujo estas especulaciones el Sr. Delboeuf en su Lógica algorítmica, concebida bajo un plan muy diferente.

(Continuará.)

PROF. DR. VENTURA REYES PRÓSPER

## LA LÓGICA SIMBÓLICA, II.

*Naturaleza, Ciencia é Industria*, 9 (1891 [10 de noviembre]): 254-6.

Al comenzar la explicación de los fundamentos de la Lógica simbólica, tenemos en cuenta que esta disciplina matemática no se halla aún expuesta en lengua castellana, siendo en consecuencia casi desconocida en España; presentamos, pues, del modo más vulgar sus teorías, no del modo más adecuado. Así, en vez de seguir los métodos

---

\* El referido artículo de George Bruce Halsted podría ser «Boole's logical method», *Journal of Speculative Philosophy*, 12 (1878): 81-91, o «The modern logic», *Ibd.* 17 (1883): 210-213.

inimitables del profesor Schroeder (cuya magnífica obra traducida pienso publicar en su día), marchó más bien por las trazas de Santiago Peirce, aunque adoptando las notaciones del lógico de Karlsruhe, según los tipos de la imprenta lo permitan.

### LÓGICA DE LO ABSOLUTO

Tomamos una proposición en absoluto cuando no la consideramos susceptible de ser más que ó verdadera ó falsa, no pudiendo ser ambas cosas á la vez. La tomamos relativamente cuando consideramos alguna circunstancia que puede influir en su verdad ó falsedad, de modo que según el aspecto con relación al cual se examine la proposición, así pueda ser verdad ó falsa. *Tertuliano fué montanista*, es una aserción que sólo puede admitir la palabra *sí* ó *no*, si se la considera en absoluto; mas si tenemos en cuenta las diferentes fases y tiempos de su agitada vida, podremos encontrar nuestro juicio verdadero y falso, las dos cosas. Será verdadero á partir desde el punto de su separación de sus correligionarios antiguos, y falso con respecto á las fechas anteriores. Los ejemplos se pueden multiplicar á voluntad.

Hagamos notar que la Lógica de lo absoluto ó Lógica de Boole, ocupa en nuestro cálculo un lugar análogo al de la pura geometría de posición de Von Standt, dentro del edificio geométrico. La Lógica de los relativos viene á ser, según los descubrimientos de Howard Mitchell, una hipergeometría standtiana, siguiendo la comparación anterior. Y vale perfectamente, pues los conceptos de las Lógicas de que nos ocupamos son sólo descriptivos y no métricos, como los del cálculo de las probabilidades que ha sido su origen.

Designemos por  $V$  la verdad de una proposición, y por  $F$  su falsedad.

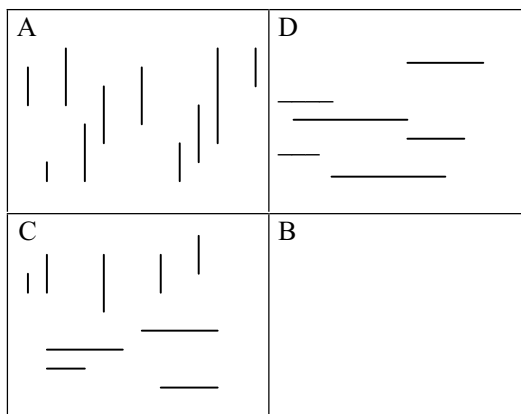
Las letras minúsculas indicarán proposiciones. Hasta no advertir otra cosa siempre las consideraremos á éstas en absoluto.

$a (= b$ , lo leeremos:  $a$  implica  $b$ . Para poder escribirlo es menester ó que  $a$  sea cierta y  $b$  también, ó que  $a$  sea falsa y  $b$  falsa, ó que  $a$  sea falsa y  $b$  verdadera. Sólo no podremos escribirlo en el caso en que  $a$  sea verdadera y  $b$  falsa. En este caso escribimos  $a (= {}_1 b$ . Para aclarar bien nuestra notación pondremos un ejemplo. *Las líneas rectas que hay dentro del cuadro son todas perpendiculares á la base*, será una proposición verdadera para los cuadros A y B de la figura I, y falsa con respecto al D y C\*. Cada uno de estos cuadros viene á ser un universo del discurso (*universe of discourse*).

---

\* Cf. los cuadrantes empleados por PEIRCE (1880) «On the Algebra of Logic», *American Journal of Mathematics*, 3, 15-57; el artículo está recogido en la edición española de P. Castrillo, Charles S. PEIRCE, *Escritos lógicos*, Madrid, Alianza, 1988; *vid.* p. 96 en particular.

FIG. I



Establezcamos ahora algunas fórmulas.

Es evidente que

- (1)  $a (= a.$
- (2)  $[x (= \{y (= z\})] (= [y (= \{x (= z\})].$

Esto significa que dos premisas produciendo una conclusión, poco importa el orden en que las consideremos, pues lo esencial es que ambas sean ciertas. Se acostumbra á suprimir por esto el paréntesis, y en vez de poner  $[x (= \{y (= z\})]$ , se pone simplemente  $x (= y (= z.$

El *modus ponens* de la inferencia hipotética, que es, como Peirce dice, la más rudimentaria forma de razonamiento, se escribe así:

- (3)  $x (= [\{x (= y\}) (= y].$

Se deduce de la fórmula

$$\{x (= y\}) (= \{x (= y\}),$$

trasponiendo los antecedentes con arreglo á la ley (2).

Suprimiendo los paréntesis inútiles, podríamos escribir

$$x (= \{x (= y\}) (= y.$$

Otra fórmula muy importante es ésta:

$$x (= \{y (= x\}).$$

Para obtenerla observaremos que sea  $y$  <falsa> ó no falsa: podremos escribir siempre

$$y (= \{x (= x\},$$

de donde trasponiendo los antecedentes, se obtendrá como antes por la ley (2)

- (4)  $x (= \{y (= x\}.$



El signo (= es una cópula, y esta cópula es transitiva. Todos nuestros razonamientos silogísticos se pueden reducir, como veremos, á esta transitividad de la cópula (=, dándoles la forma canónica del silogismo en Barbara.

La ley en cuestión la expresamos simbólicamente así:

$$(5) \quad \{x (= y)\} (= \{y (= z)\} (= x (= z).$$

Vamos á servirnos ahora de esta ley en unión con las anteriores, para sacar una nueva fórmula.

Por las (2) y (5) se ve fácilmente que de

$$\{y (= x)\} (= z$$

se deduce forzosamente que  $x (= z$ ; lo que escrito simbólicamente es

$$[\{y (= x)\} (= z)] (= x (= z.$$

Vamos ahora á ocuparnos de nuevas relaciones, no sólo entre proposiciones, sino teniendo también en cuenta las negativas de éstas. A cada proposición  $a$  corresponde otra que se escribe así  $a_1$ , y que es su negativa. Si una proposición es falsa, su negativa es cierta; y si es verdadera, su negativa es falsa. Podemos expresar que una proposición  $a$  es verdadera así:  $x (= a$ ,  $x$  significando una proposición indeterminada, pues sabemos que para la falsedad de  $x (= a$  es menester que  $x$ , siendo verdadera, fuese  $a$  falsa; lo que en nuestro supuesto no es posible.

Del mismo modo, para indicar que  $a$  es falsa, lo podremos hacer escribiendo

$a (= x$ , representando también aquí  $x$  una proposición indeterminada.

Si de la verdad de  $x$  se sigue la falsedad de  $y$ , inferimos que de la verdad de  $y$  concluimos la falsedad de  $x$ .

El principio ahora sentado es sólo una consecuencia de la ley de cambio de antecedentes.

De la transitividad de la cópula se deduce la fórmula

$$\{x (= y)\} (= \{y_1 (= x_1\}.$$

El *modus tollens* de los lógicos antiguos también lo obtendríamos con sencillez de los principios sentados.

Y vamos ahora á tratar de principios que en sus demostraciones no son estrictamente silogísticos. A propósito de esto se ha sostenido una discusión de la que han resultado los hermosos cálculos de Schroeder sobre algoritmos, deducibles sólo del principio de transitividad. Cuando nos ocupamos del cálculo de proposiciones, como al presente, podemos introducir un nuevo elemento: el dilema. Empleándolo podremos establecer sin trabajo, por ejemplo, que

$$[\{x (= y)\} (= x)] (= x.$$

He aquí cómo lo probamos: para que no se verificase esto, era menester que  $[\{x (= y)\} (= x]$  fuese cierta y  $x$  falsa.

Pero cuando  $[\{x (= y)\} (= x]$  es cierta, si  $x$  no lo es, tiene que ser falsa  $x (= y$ , lo que supondría la verdad de  $x$ . Ahora bien:  $x$  no puede ser verdadera y falsa á un tiempo; luego, etc.

De aquí se deduciría sencillamente el principio: «De la falsedad de la negativa de una proposición, se deduce la verdad de la proposición misma.»

Claro que la negativa de  $a (= b$  es  $a (=_{\perp} b$ .

(Continuará.)

DR. VENTURA REYES PRÓSPER

## LA LÓGICA SIMBÓLICA. II

*Naturaleza, Ciencia é Industria*, 11 (1891 [10 de diciembre]): 319-321.

Por lo que llevamos dicho, tenemos, resumiendo: la proposición  $x (= y$  es verdadera en todos los casos en que no se tenga á la vez  $y = f$ ,  $x = v$ ; la proposición  $x (=_{\perp} y$  es sólo verdadera en el caso de tenerse al mismo tiempo  $x = v$  é  $y = f$ .

De lo anterior resulta que si deseamos averiguar si una fórmula cualquiera propuesta es necesariamente cierta, habremos de sustituir, en vez de las letras que contenga, las  $f$  y las  $v$ , viendo si podrá ser hallada falsa en cualquier valor asignado.

Elegiremos como un ejemplo sencillo la fórmula

$$[x (= y] (= \{[y (= z] (= [x (= z] \} *$$

Si fuese falsa esta fórmula, tendríamos necesariamente las dos igualdades siguientes:

$$[x (= y] = v$$

$$\{[y (= z] (= [x (= z] \} = f$$

Ahora bien, para que esto último se verifique, necesitamos que sean

$$[y (= z] = v$$

$$[x (= z] = f$$

ó sea, en consecuencia,  $x = v$ ,  $z = f$ .

Sustituyendo estos valores obtenidos para  $x$  y  $z$  en

$$[x (= y] = v$$

$$[y (= z] = v$$

se sacaría

$$[v (= y] = v$$

$$[y (= f] = v$$

que no pueden ser ciertas á un tiempo, pues la proposición no puede ser falsa y cierta á la vez. Concluimos, pues, que la fórmula propuesta como ejemplo es cierta necesariamente, pues de no serlo seguiría el absurdo.

\* Corrijo la fórmula impresa:  $[x (= y] (= \{[x = z] (= [x (= z] \}$ , que es obviamente una errata.

Los métodos seguidos en nuestro trabajo no tienen analogía, en cuanto á los signos, con los empleados por Boole. Nosotros hemos preferido emplear la cópula (=, que es de naturaleza simple, en vez de la cópula  $\equiv$ , que es compleja. En efecto, es evidente que la igualdad  $a = b$  puede descomponerse en las dos implicaciones que siguen

$$\begin{aligned} b & (= a \\ a & (= b. \end{aligned}$$

Vamos á introducir, valiéndonos de los principios sentados, los signos  $\times$  y  $+$  que Boole empleaba.

He aquí cómo conseguiremos nuestro intento. Sabemos que en la secuencia

$$x (= [y (= z]$$

podemos cambiar el orden de los antecedentes, mientras que esto no lo podemos hacer en la

$$[x (= y] (= z,$$

de donde se deduce que al paso que en la primera podríamos suprimir el paréntesis, que en vista de la indicada propiedad resulta inútil, en la segunda secuencia debemos dejar el paréntesis, pues es imposible el quitarlo sin producir confusión.

Suponiendo, pues, que el antecedente simple o complejo de una secuencia ó implicación dada está siempre encerrado en un paréntesis, cambiemos la apariencia ó forma del paréntesis y del signo (=, sustituyendo al primero por una barra horizontal, y al segundo por el signo +.

Ejemplos:

$$x (= y$$

$$x (= y (= z$$

$$[x (= y] (= z$$

se escribirán respectivamente

$$\bar{x} + y$$

$$\bar{x} + \bar{y} + z$$

$$\bar{x} + y + z^*$$

En vez de  $x (= y$ , escribiremos  $\overline{\bar{x} + y}$ , lo que implica:  $\bar{x} + y^{**}$  es un antecedente para cualquier consecuente que se tome.

Este es el procedimiento seguido por Charles Santiago Peirce. Para ponerlo en armonía con las notaciones que yo he adoptado, reemplazaré la barra por un paréntesis seguido del subíndice 1, dejando como Peirce en vez del signo (=, el +.

\* Corrijo las formulaciones impresas, ' $\overline{\bar{x} + \bar{y} + z}$ ' y ' $[(x)_1 + (y)_1]_1 + z$ ', en las que se ha insertado indebidamente la negación de 'y'. Ambas erratas aparecían ya en el artículo de PEIRCE (1885), «On the Algebra of Logic. A contribution to the philosophy of a notation», *American Journal of Mathematics*, 7, 180-202, que aquí Reyes Prósper parece limitarse a seguir. Cf. la edición española citada PEIRCE (1988), *Escritos lógicos*, p. 183, donde se mantiene la formulación original.

\*\* Corrijo la formulación impresa, ' $\bar{x} + y$ ', otra errata procedente del texto original del artículo de PEIRCE (1885); cf. la edición española PEIRCE (1988), p. 183.

Los ejemplos propuestos los expresaré, pues, así:

$$\begin{aligned} &(x)_1 + y \\ &(x)_1 + (y)_1 + z \\ &[(x)_1 + y]_1 + z^* \end{aligned}$$

He aquí introducido de nuevo el signo de negación, bien bajo la forma usada por los lógicos americanos, que escriben  $\bar{a}$  en vez de la negativa de  $a$ , bien bajo la forma  $a_1$  en que los europeos la escriben.

El signo  $\times$ , que también se acostumbra suprimir, colocando sólo las letras unas al lado de las otras, como en el Álgebra común, se emplea para simplificar también las fórmulas.

En vez de  $[(x)_1 + (y)_1]_1$  ó su igual  $\overline{x(=y)}$ , escribimos  $x \times y = xy$ .

Resultado:  $x + y$  significa (teniendo en cuenta que  $\bar{\bar{x}} = x$ ,  $\bar{\bar{y}} = y$ ) que á lo menos una de las dos proposiciones\*\*  $x$  ó  $y$  es cierta;  $x \times y = xy$  indica que  $x$  é  $y$  son á la vez ciertas.

Definidas ya la suma y el producto de dos proposiciones\*\*, de las propiedades que tienen las implicaciones obtendremos, mediante transformación de los signos, las propiedades siguientes que se refieren a las dos operaciones introducidas:

$$\begin{aligned} y + xx_1 &= y \\ y(x + x_1) &= y \\ x + x_1 &= v \\ xx_1 &= f \\ x(y + z) &= xy + xz \\ xy + z &= (x+z)(y+z) \end{aligned}$$

Esta última fórmula que es cierta, como vemos, en el Álgebra de la Lógica, es falsa por completo en el Álgebra ordinaria.

Observemos de paso la sagacidad que muestra Peirce en todos sus métodos, efecto de la inmensa profundidad con que domina la Lógica formal. Es admirable cómo reduce á una misma cosa sus notaciones, las de Boole, las de Mac-Coll. Podemos considerarle como el heredero científico de De Morgan.

Vamos á poner ahora un ejemplo del modo de proceder á la resolución de problemas.

Sean las premisas dadas:

- 1<sup>a</sup>.  $x + z + vyw_1 + vwy_1$
- 2<sup>a</sup>.  $v + x_1 + w_1 + yz + y_1z_1$
- 3<sup>a</sup>.  $(x_1 + v_1y_1 + wz_1 + wz_1)(xy + vx + wz + w_1z_1)$

Multiplicándolas entre sí, tendremos el resultado total expresado bajo forma de producto.

\* véase la nota \* de la página anterior.

\*\* 'Proporciones' en el original.

Podremos obtener resultados parciales, simplificando el obtenido, con arreglo á las leyes de inferencia que Mitchell expone, y que son: la inferencia por eliminación y la inferencia por predicación.

La ley de eliminación, evidente por sí, dice: «En un polinomio pueden borrarse todas las letras que se quiera, con tal de que no se destruya ningún término agregante».

La ley de inferencia por predicación se expresa así: «Para encontrar el contenido de una proposición  $F$ , con respecto á un término simple ó complejo dado  $m$ , multiplicamos á éste por  $F$ , ó bien añadiremos  $m_1$  á  $F$ . El coeficiente resultante de  $m$  en  $mF$ , ó el residuo de  $F$  después de añadirle  $m_1$  y simplificar, será el predicado de  $m$ .»

Tampoco esta ley necesita de demostración, pues es fácilmente deducible.

Usando ambas leyes, obtendremos los resultados parciales que siguen:

$$wxz_1 + wx_1z + w_1xz + w_1xy_1 + w_1x_1yz_1$$

$$x_1 + wz_1 + w_1z + w_1y_1$$

$$wz_1 + wz + w_1z + w_1y_1 + w_1yz_1$$

$$y_1 + w_1x_1z_1 + w_1xz + wx_1z + wxz_1$$

$$w_1x + w_1z_1 + xz_1 + wx_1z$$

y que son los deseados \*.

(Continuará.)

V. REYES PRÓSPER.

A pesar del promisorio «Continuará», aquí se interrumpe esta presentación de la lógica simbólica, al menos en la revista *Naturaleza, Ciencia é Industria*. No tiene continuación en el último número, 12, del año 1891, tomo I, ni en los tomos II (nn. 13-33) y III (nn. 34-51) del año 1892; ni, en fin, en el tomo IV (nn. 1-33) de 1893. En los primeros meses de este año, 1893, Reyes Prósper también finaliza sus reseñas sobre la lógica simbólica en *El Progreso Matemático* y, al parecer —según el catálogo de sus escritos conocidos—, la publicación de noticias sobre el asunto. Por lo demás, la revista misma cambia de cabecera y en 1894 pasa a titularse *La Naturaleza*.

\* El ejemplo responde a un ejercicio propuesto por Boole en *The Laws of Thought*, que Mitchell recoge y resuelve en su contribución MITCHELL, O.H. (1883), «On a new algebra of logic», al colectivo: PEIRCE, C.S. (ed.), *Studies in Logic by Members of the Johns Hopkins University*, Boston, Little, Brown, and Company, 1883, 72-106, pp. 82-83 en particular. Las leyes de eliminación y de inferencia por predicación se formulan un poco antes, *l.c.*, pp. 80 y 81 respectivamente. Hay dos ejemplares de *Studies in Logic...* en el legado de Reyes Prósper que se conserva en la biblioteca de Matemáticas del CSIC [RP: L-566, L-3492]. En carta del 5 de marzo de 1890 dirigida a Peirce, Reyes Prósper le comunicaba su deseo de adquirir algunos de sus trabajos y, en particular, mencionaba una publicación, *Contributions to Logic [sic]*, de la que había tenido conocimiento por Christine Ladd-Franklin; *vide* COBO, J., y NUBIOLA, J. (1997), «Cuatro cartas americanas. Correspondencia de Ventura Reyes Prósper con Charles S. Peirce y Christine Ladd-Franklin», *Llull*, 20/39, 757-768.

